Solution

Il est en effet illogique que les deux personnages (Jacques et Julie) qui gagnent chacun deux pièces par jour et en économisent une, possèdent à la fin des temps des sommes d'argent différentes. Pour résoudre cette apparente contradiction, une solution consiste à dire que tout cela n'a pas de sens, car il n'y a pas de sens à considérer ce qui se passe à la fin des temps. Les paradoxes avec l'infini sont nombreux (pensons au célèbre « Achille et la Tortue »). Ils proviennent souvent du fait qu'on attend avec l'infini des propriétés qui ne sont vraies qu'avec le fini: ici l'ordre de rangement des pièces n'a pas d'importance.

Une analyse plus fine est cependant possible pour nos lecteurs mathématiciens. On peut en effet donner un sens à ce qu'on possède à la fin des temps, en utilisant la notion de limite d'ensembles (plus précisément il s'agit de ce qu'on appelle la limite inférieure d'ensembles). Un élément (ici une pièce) est conservée à la fin des temps (c'est-à-dire appartient à la limite de l'ensemble des pièces économisées) si à partir d'un certain moment on est toujours resté en sa possession. On découvre alors que la limite des ensembles $E(n)$ n'a pas nécessairement un nombre d'éléments (on parle de cardinal) correspondant à la limite du nombre des éléments des $E(n)$ autrement dit : $\lim \text{card } E(n)$ n'est pas forcément égal à $\text{card} \lim E(n)$. C'est de présupposer inconsciemment l'égalité qui conduit à la surprise de l'histoire précédente et au sentiment d'une absurdité. La situation est un peu la même que si nous étions étonnés que $\sin(\pi/6 + \pi/6) \neq 1$ alors que $\sin(\pi/6) = 1/2$: il n'y a aucun paradoxe mais l'utilisation implicite de l'idée fausse que $\sin(a+b) = \sin(a) + \sin(b)$.